

# METODI MATEMATICI PER L'INFORMATICA

CANALE E-O A.A. 2009-10

**Docente: C. Malvenuto**

COMPITO DI ESAME – 28 GENNAIO 2010

PARTE PRIMA

## Istruzioni.

- Completare subito la parte inferiore di questa pagina con il proprio nome, cognome e firma.
- Scrivere solamente su questi fogli, anche dietro se occorre, a penna o a matita. Non sono ammessi libri, quaderni, altri fogli né calcolatrici.
- **Tutte le risposte vanno motivate.**
- **NON PARLARE** pena il ritiro immediato del compito.

ESERCIZIO	PUNTEGGIO
1	/25
2	/15
3	/20
4	/15
5	/10
6	/15
TOTALE	/100

Nome e Cognome ↓	Firma ↓

**Esercizio 1.** (25 punti) Sia  $R$  la relazione definita su  $\mathbb{Z}$  da:

$aRb$  se e solo se la somma delle cifre di  $a$  è maggiore o uguale alla somma delle cifre di  $b$ .

Quindi, per esempio, si ha che  $254R71$  perché  $2 + 5 + 4 = 11 \geq 7 + 1 = 8$ .

Quali proprietà (riflessiva, simmetrica, antisimmetrica, transitiva, totale) soddisfa la relazione  $R$  e quali no? È una relazione di equivalenza? È una relazione d'ordine?

---

**Esercizio 2.** (15 punti) È vero che comunque si scelgano tre insiemi  $A$ ,  $B$  e  $C$  si ha sempre

$$(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \setminus C)?$$

Dimostrarlo o trovare un controesempio.

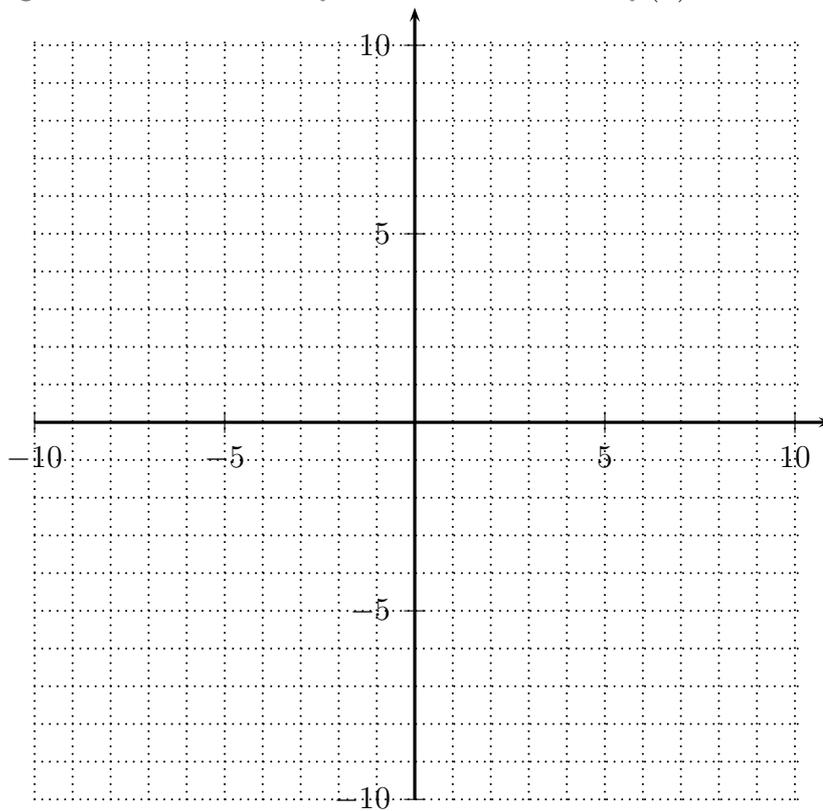
---

**Esercizio 3.** (20 punti) Si consideri l'insieme  $X = \{1, 2, 5, 10, 20, 30, 100\}$  ordinato mediante la relazione d'ordine  $|$  della divisibilità.

1. Disegnare il diagramma di Hasse dell'insieme ordinato  $(X, |)$ .
  2. Descrivere gli insiemi degli elementi massimali e di quelli minimali, e eventuali massimo e minimo di  $(X, |)$ .
-

**Esercizio 4.** (15 punti)

1. Disegnare il grafico della funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = x^2 + 1$ .



2. Trovare l'immagine  $f(\mathbb{R})$  della funzione  $f$ .
  3. La funzione  $f$  è iniettiva? Suriettiva? Biunivoca?
-

**Esercizio 5.** (10 punti) Sia data l'assegnazione  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  definita da  $f(n) = 0$  se  $n$  è un numero primo e  $f(n) = 1$  se  $n$  è pari. Spiegare se definisce un'applicazione oppure no.

---

**Esercizio 6.** (15 punti) Sia  $L$  l'insieme composto dai numeri interi multipli di 5; sia  $M$  l'insieme  $\{x : x \in \mathbb{Q}, 0 \leq x \leq 1\}$ . Gli insiemi  $L$  e  $M$  sono equipotenti?

---