

# Ricorsione come problem solving

**Primo esempio:**

**il problema del cambio delle monete.**

**Si tratta di calcolare in quanti modi diversi si può cambiare una somma di denaro.**

**Per esempio potremmo voler sapere quanti modi diversi ci sono di cambiare 100 euro.**

**In tal caso avremmo a disposizione 12 tagli:**

**5 biglietti da 5,10,20,50,100 euro e**

**7 monete da 1 euro, da 50,20,10,5,2 centesimi e infine da 1 centesimo.**

## Approccio alla soluzione

Vediamo un caso “piccolo”:

in quanti modi cambiare 10 centesimi,

Calcoliamo in **Ncambi** il risultato

Innanzitutto ho la moneta da 10 centesimi, quindi **Ncambi = 1**

Ma abbiamo a disposizione anche monete da 5, 2 e 1 centesimo

Vediamo con le monete da 5

Posso usarle due volte, una o non usarla affatto.

Nel primo caso ottengo un nuovo cambio, **Ncambi = 2**

Nel secondo si tratta di vedere in quanti modi posso cambiare la cifra rimanente, 5 centesimi.

Nel terzo devo considerare tagli più piccoli, per l'intera cifra.

Consideriamo le monete da 2

Cambiamo i 5 centesimi:

potrei usare 1 volta o 2 volte la moneta da 2 e vedere in quanti modi diversi posso cambiare rispettivamente 3 centesimi o 1 centesimo, oppure non usarla affatto

Nel secondo caso posso usare solo una moneta da 1, e **Ncambi = 3**

Nel terzo caso posso solo usare 5 monete da 1, quindi **Ncambi = 4**

Nel primo caso noto che 3 centesimi si cambiano

con una moneta da 2, ma allora resta un solo centesimo, **Ncambi = 5**

oppure con 3 da 1, quindi **Ncambi = 6**

Resta da vedere in quanti modi cambiare i 10 centesimi senza usare le monete da 5, poiché oltre a 2 il taglio rimanente è solo 1, questo numero è pari al numero di volte in cui si può usare la moneta da 2 che è 5, da cui **Ncambi = 11**



# Soluzione

Supponiamo di **ordinare** i tagli a disposizione, in ordine decrescente (ma anche in ordine crescente andrebbe bene).

Il numero di modi di cambiare una quantità di denaro *somma* usando  $n$  tagli è uguale al

- numero di modi di cambiare *somma* usando tutti tranne il primo taglio
- più il numero di modi di cambiare *somma-t1*, dove  $t1$  è il valore del primo taglio, usando tutti gli  $n$  tagli.

# Implementazione: casi base

**Per poter tradurre in programma questa soluzione dobbiamo risolvere i casi base:**

- **Se somma è 0, il numero di modi di cambiarla è 1**
- **Se somma è  $< 0$  allora il numero di modi di cambiarla è 0**
- **Se  $n$  è 0 allora ci sono 0 modi di cambiare la somma data!**

# Implementazione

```
int cambiaMonete(float somma, float* tagli, int i, int n)
{if (somma < 0.0 || n == i) return 0;
if (somma == 0.0) return 1;
return cambiaMonete(somma, tagli, i+1, n) +
        cambiaMonete(somma-tagli[i], tagli, i, n);
}
```

I tagli utilizzati sono memorizzati in un vettore “tagli” e l’indice  $i$  indica il primo taglio usato. In ogni chiamata quindi i tagli usati sono  $\text{tagli}[i], \dots, \text{tagli}[n-1]$ .

IL parametro  $i$  deve essere inizializzato a 0 nella prima chiamata

# Albero delle chiamate

```
int cambiaMonete(float somma, float* tagli, int i, int n)
{
    if (somma < 0.0 || n == i) return 0;
    if (somma == 0.0) return 1;
    return cambiaMonete(somma, tagli, i+1, n) +
           cambiaMonete(somma-tagli[i], tagli, i, n);
}
```

