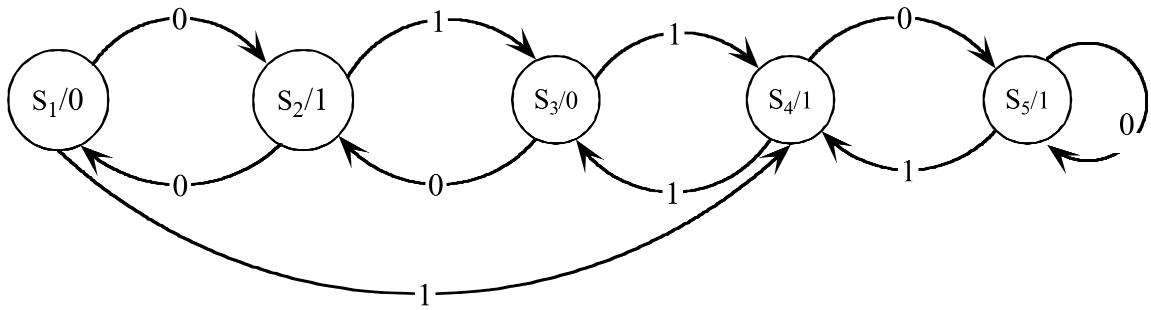
Compito A

Esercizio 1 (12 punti)

Minimizzare il numero di stati dell'automa qui rappresentato. Disegnare l'automa minimo.



Esercizio 2 (15 punti)

Progettare un circuito il cui output è 1 quando viene riconosciuta una delle seguenti stringhe:
00111
00100
00000
00011
l'output è zero altrimenti.
Il primo bit che viene letto è il bit **più a sinistra**.
Le stringhe sono *sovrapponibili*, nel senso chiarito a lezione..
Pur non essendo richiesta l'applicazione di un criterio formale di minimizzazione dell' automa, sarà elemento di valutazione il numero degli stati complessivi utilizzati.

Esercizio 3 (3 punti)

Convertire in base 5 con rappresentazione in virgola fissa il numero decimale 214,1362 avendo a disposizione 5 cifre per la parte intera e 6 per la parte decimale. La rappresentazione ottenuta precisa o un approssimazione del numero decimale di partenza?

Compito B

Esercizio 1 (15 punti)

Progettare una rete sequenziale con tre uscite S C eD, ciascuna delle quali comanda l’accensione di tre lampadine L1 L2 ed L3 (ad es. se S=1 L1 è accesa).
Il ritmo del curcuito è scadenzato da un segnale di clock.
Il circuito riceve un input binario I, tale per cui:
finchè I=1, le lampadine devo accendersi in sequenza ed una alla volta, cioè le uscite devono ciclare come segue: 100, 010, 001, 100 ...
finchè I=0, le lampadine devono accendersi due alla volta, secondo lo schema: 110, 011, 101, 110
Un cambiamento del valore di I mentre si sta visualizzando una sequenza porta (al clock successivo) allo stato in cui si produce il primo input dell’altra sequenza (rispettivamente, 100 e 110).

Esercizio 2 (12 punti)

Progettare un comparatore sequenziale che riceve in ingresso due stringhe di bit $A(t)=a(t)a(t-1)...a(0)$ e $B(t)=b(t)b(t-1)...b(0)$ e produce in uscita un segnale $z(t)$ che é uguale a uno se $A(t)>B(t)$ (maggioranza stretta).

Esercizio 3 (3 punti)

Dati i seguenti numeri reali binari in virgola mobile normalizzati (con 8 bit per la mantissa e 4 per l’esponente), eseguirne il prodotto. Che tipo di problema si incontra nel farne la somma?

$< 1 , 11000000 , 0111 >$ $< 0 , 10100000 , 1110 >$

Compito C

Esercizio 1   (16 punti) :

Si progetti un automa che, presa in input una stringa di bit, dà in output 1 se e solo se il numero di uni ricevuti fino a quel momento è un multiplo di 3. Si sintetizzi il circuito modellante tale comportamento secondo lo schema formale visto a lezione, usando flip flop di tipo T. Modificare infine il circuito ottenuto dando vita ad un circuito che usi solo flip flop di tipo JK (N.B.: non è richiesta una nuova procedura di sintesi!!)

Esercizio 2 (11 punti)

Disegnare il circuito sequenziale il cui funzionamento è descritto dalle seguenti espressioni booleane:

$$J0 = \overline{Q1} \wedge \overline{Q2}$$

$$K0 = \overline{Q2}$$

$$J1 = K1 = 1$$

$$J2 = Q0 \vee \overline{Q1}$$

$$K2 = \overline{Q1}$$

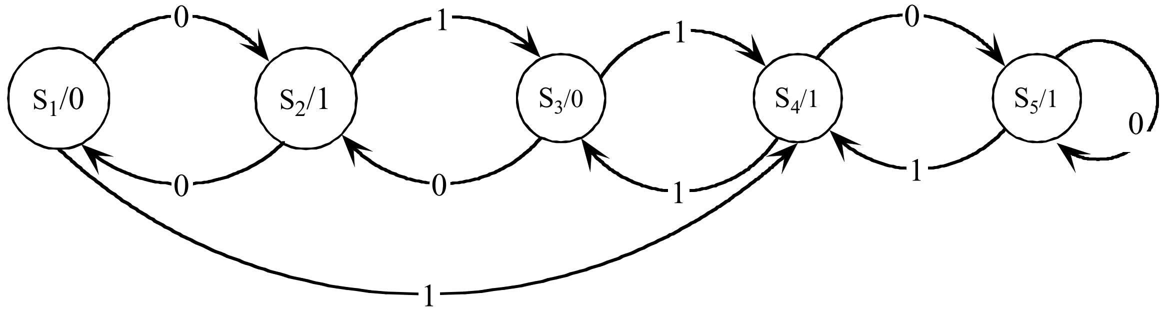
e sintetizzare il relativo automa (procedere come visto a lezione per la derivazione della tabella degli stati futuri).

Esercizio 3 (3 punti)

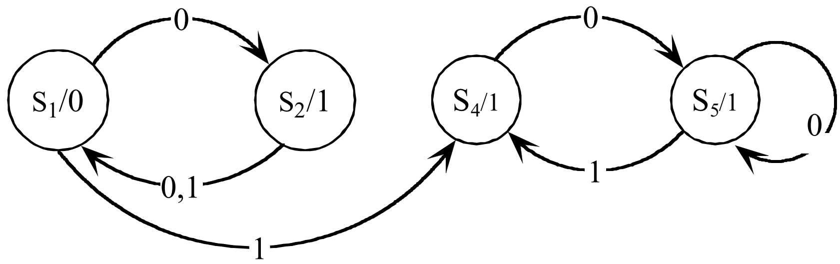
Esprimere in complemento a due con 6 bit i seguenti numeri: -4   -32 +16 +32

Compito A
Soluzioni

Esercizio 1
Minimizzare il numero di stati dell'automa qui rappresentato. Disegnare l'automa minimo.

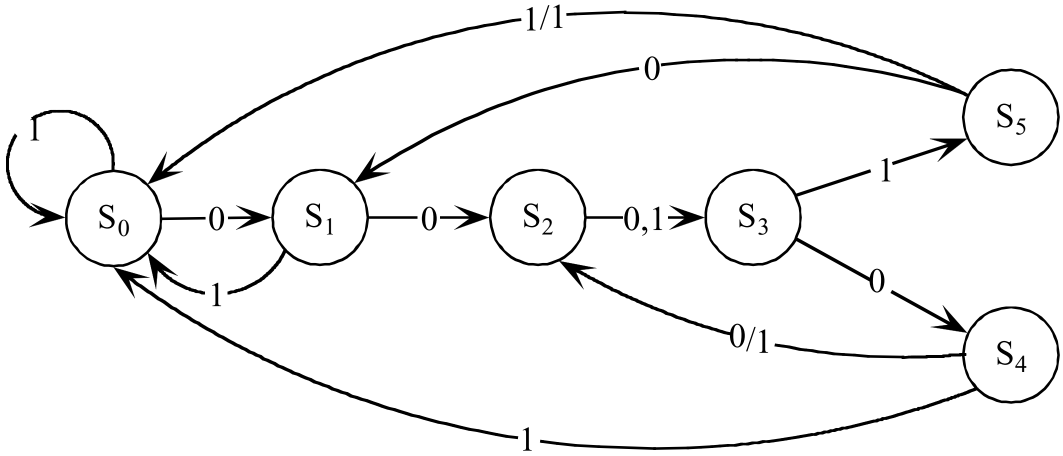


S2	X			
S3		X		
S4	X	X	X	
S5	X	X	X	X
	S1	**S2**	**S3**	**S4**



Esercizio 2
Progettare un circuito il cui output è 1 quando viene riconosciuta una delle seguenti stringhe:
00111
00100
00000
00011
l'output è zero altrimenti.
Il primo bit che viene letto è il bit **più a sinistra**.
Le stringhe sono sovrapponibili –nel senso illustrato a lezione-.
Pur non essendo richiesta l'applicazione di un criterio formale di minimizzazione dell' automa, sarà elemento di valutazione il numero degli stati complessivi utilizzati.

L'automa di Mealy è rappresentato in figura:



In figura, per semplicità, l'output è mostrato solo quando assume il valore "1".

Q_2	Q_1	Q_0	x	$Q_2(t+1)$	$Q_1(t+1)$	$Q_0(t+1)$	J_2	K_2	J_1	K_1	J_0	K_0	y
0	0	0	0	0	0	1	0	X	0	X	1	X	0
0	0	0	1	0	0	0	0	X	0	X	0	X	0
0	0	1	0	0	1	0	0	X	1	X	X	1	0
0	0	1	1	0	0	0	0	X	0	X	X	1	0
0	1	0	0	0	1	1	0	X	X	0	1	X	0
0	1	0	1	0	1	1	0	X	X	0	1	X	0
0	1	1	0	1	0	0	1	X	X	1	X	1	0
0	1	1	1	1	0	1	1	X	X	1	X	0	0
1	0	0	0	0	1	0	X	1	1	X	0	X	1
1	0	0	1	0	0	0	X	1	0	X	0	X	0
1	0	1	0	0	0	1	X	1	0	X	X	0	0
1	0	1	1	0	0	0	X	1	0	X	X	1	1
1	1	0	0	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
1	1	0	1	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
1	1	1	0	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
1	1	1	1	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Y = $Q_2(XNOR(x, Q_0))$

Q_0x / Q_2Q_1	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	1	1
11	X	X	X	X
10	X	X	X	X

$J_2 = Q_1 Q_0$

$K_2 = 1$

Q_2Q_1 \ Q_0x	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	X	X	X	X
11	1	0	0	0
10	X	X	X	X

$$J_1 = Q_2\overline{Q_0}\,\overline{x} + \overline{Q_2}Q_0\overline{x} = \overline{x}(Q_2 \oplus Q_0)$$

Q_2Q_1 \ Q_0x	00	01	11	10
00	X	X	X	X
01	0	0	1	1
11	X	X	X	X
10	X	X	X	X

$$K_1 = Q_0$$

Q_2Q_1 \ Q_0x	00	01	11	10
00	1	0	X	X
01	1	1	X	X
11	0	0	X	X
10	X	X	X	X

$$J_0 = \overline{Q_2}Q_1 + \overline{Q_2}\,\overline{Q_0}\,\overline{x}$$

Q_2Q_1 \ Q_0x	00	01	11	10
00	X	X	1	1
01	X	X	0	1
11	X	X	1	0
10	X	X	X	X

$$K_0 = Q_2x + \overline{Q_2}\,\overline{Q_1} + \overline{Q_2}Q_0\overline{x}$$

Esercizio 3

Conversione della parte intera:

- 214 : 5 = 42 con resto 4
- 42 : 5 = 8 con resto 2
- 8 : 5 = 1 con resto 3
- 1 : 5 = 0 con resto 1

Conversione della parte frazionaria:

- 0,1362 × 5 = 0,681

- $0,681 \times 5 =$ 3,405
- $0,405 \times 5 =$ 2,025
- $0,025 \times 5 =$ 0,125
- $0,125 \times 5 =$ 0,625
- $0,625 \times 5 =$ 3,125

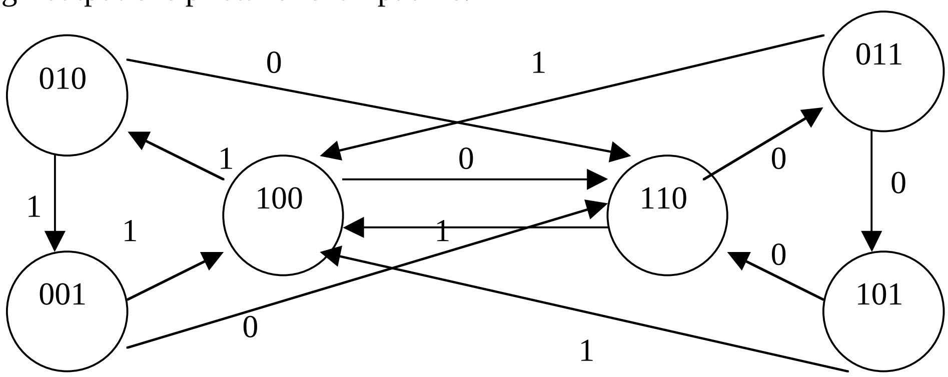
Pertanto la rappresentazione in base 5 è 01324,032003. Non è esatta perché la conversione della parte frazionaria è stata interrotta al 6° passo (come richiesto dalla rappresentazione), mentre la codifica esatta richiedeva più cifre (N.B.: il numero è addirittura periodico!)

Compito B

Esercizio 1

Progettare una rete sequenziale con tre uscite S C eD, ciascuna delle quali comanda l'accensione di tre lampadine L1 L2 ed L3 (ad es. se S=1 L1 è accesa).
Il ritmo del circuito è scadenzato da un segnale di clock.
Il circuito riceve un input binario I, tale per cui:
finché I=1, le lampadine devo accendersi in sequenza ed una alla volta, cioè le uscite devono ciclare come segue: 100, 010, 001, 100 ...
finché I=0, le lampadine devono accendersi due alla volta, secondo lo schema: 110, 011, 101, 110.
Un cambiamento del valore di I mentre si sta visualizzando una sequenza porta (al clock successivo) allo stato in cui si produce il primo input dell'altra sequenza (rispettivamente, 100 e 110). Usare FF di tipo D.

L'automa è visualizzato in figura. Si tratta di una macchina di Moore in cui agli stati é associato il valore degli output che pilotano le lampadine.



Dato l'automa, si può facilmente ricavare la tabella degli stati futuri e le espressioni booleane per D0, D1 e D2 e per le tre uscite S C e D.

Esercizio 2.

E'stato svolto a lezione.

Esercizio 3
Il prodotto ha segno negativo (essendo prodotto di numeri discordi). La mantissa (non normalizzata) è

$$\begin{array}{r} 0,101 \times \\ 0,11 = \\ \hline \end{array}$$

$$
\begin{array}{r}
0101 \\
0101- \\
0000- \\
\hline
0,01111
\end{array}
$$

mentre l’esponente (non normalizzato) è 0111 + 1110 = 0101 (si ricordi che l’ultimo riporto è da ignorare. Pertanto la rappresentazione normalizzata del risultato è < 1 , 11110000 , 0100 >. La somma dà problemi in quanto portare il secondo operando all’esponente del primo dà < 0 , 00000000, 0111 > cioè si ha la perdita del secondo operando! Se anche provassimo ad alzare l’esponente del secondo operando ed abbassare l’esponente del primo otterrei comunque problemi poiché, per non perdere l’addendo positivo, dovrei abbassare almeno a 5 l’esponente del negativo e questo porterebbe a < 1 , 00000000 , 0101 >, cioè la cancellazione del primo addendo.

Soluzioni Compito C

Esercizio 1 (16 punti) :

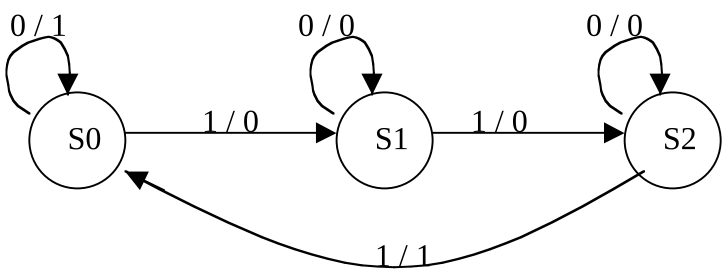
Si progetti un automa che, presa in input una stringa di bit, dà in output 1 se e solo se il numero di uni ricevuti fino a quel momento è un multiplo di 3. Si sintetizzi il circuito modellante tale comportamento secondo lo schema formale visto a lezione, usando flip flop di tipo T. Modificare infine il circuito ottenuto dando vita ad un circuito che usi solo flip flop di tipo JK (N.B.: non è richiesta una nuova procedura di sintesi!!)

Anzitutto un numero è multiplo di 3 se è del tipo $3 \cdot k$ dove k è un numero intero. Quindi i multipli di 3 sono: 0, 3, 6, 9, 12, …

L’automa richiesto deve vedere se, detto n il numero di 1 ricevuti fino a quel momento, si ha:

§ $n = 3 \cdot k$
§ $n = 3 \cdot k + 1$
§ $n = 3 \cdot k + 2$

e solo nel primo caso deve dare in output 1. Associamo quindi la prima condizione allo stato S0, la seconda allo stato S1 e la terza allo stato S2. L’automa risultante è quindi



Si noti che l’automa è minimo e che poteva essere modellato bene anche con un automa di Moore (l’unico stato con output 1 è S0). Associamo lo stato S0 con la configurazione Q1 Q0 = 00 dei FF, S1 con Q1 Q0 = 01 e S2 con Q1 Q0 = 10 (la configurazione Q1 Q0 = 11 non è usata).

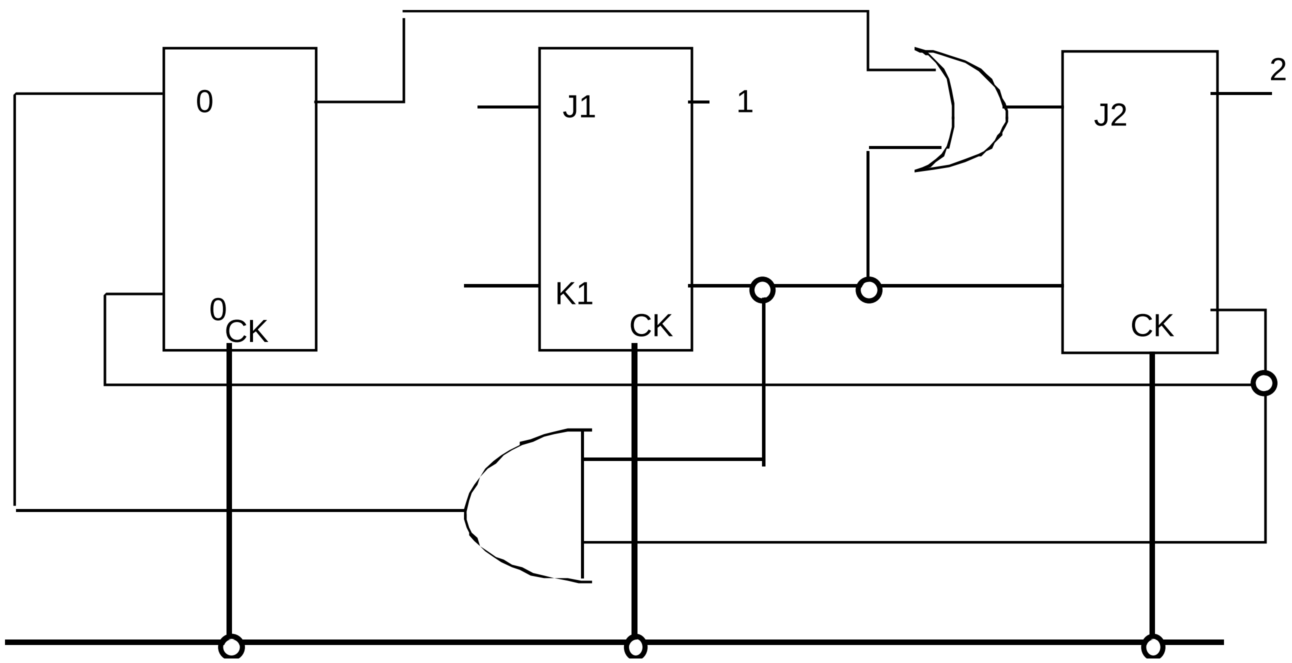
x Q1 Q0 (t)	Q1 Q0 (t+1)	z (t)	T1 T0 (t)
0 0 0	0 0	1	0 0
0 0 1	0 1	0	0 0
0 1 0	1 0	0	0 0
0 1 1	- -	-	- -
1 0 0	0 1	0	0 1
1 0 1	1 0	0	1 1
1 1 0	0 0	1	1 0
1 1 1	- -	-	- -

Usando le mappe di Karnaugh si ottiene:

$z = \overline{x}\,\overline{Q1}\,\overline{Q0} + x\,Q1$ $\qquad T0 = x\,\overline{Q1}$ $\qquad T1 = x\,(Q0 + Q1)$

<u>Osservazione (non richiesta all'esame):</u> si può ottenere la più compatta espressione $\overline{Q0}\,(x \oplus \overline{Q1})$ *per z mettendone entrambi i don't care a 0.*

Esercizio 2



Si (Q2Q1Q0) stato di partenza	J2K2 J1K1 J0K0	Sj stato di arrivo
000	11 11 11	111
001	11 11 11	110
010	00 11 01	000
011	10 11 01	100
100	11 11 00	010

101 110 111	11 11 00 00 11 00 10 11 00	011 100 101

La sequenza contata è 000 111 101 011 100 010 000…
Si noti che, qualora il sistema erroneamente ricada in uno stato non incluso nella sequenza, comunque "ricade" successivamente nel ciclo previsto.

Esercizio 3
Esprimere in complemento a due con 6 bit i seguenti numeri: -4 -32 +16 +32

-4 = 111100 (-32+16+8+4+0+0)
-32= 100000 (-32+0+0+0+0+0)
+16 = 010000 (0+16+0+0+0+0)
+32 non esprimibile con 6 bit, in quanto il massimo numero positivo esprimibile é 011111=+31