Esercizi di Esame
Corso di
Teoria della Dimostrazione

Stefano Guerrini

A.a. 2004/05

Esercizio 1 Diciamo che $A \Leftrightarrow B$ in un sistema di deduzione D quando $A \vdash B$ sse $B \vdash A$ in D (ovviamente, si tratta di una relazione di equivalenza, perché?).

1. Dimostrare che in LK e in NK, valgono le seguenti equivalenze

$$(A \to B) \Leftrightarrow (\neg A \vee B) \tag{1}$$
$$(A \vee B) \Leftrightarrow (\neg A \to B) \tag{2}$$
$$(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg(A \to \neg B) \tag{3}$$
$$(A \vee B) \Leftrightarrow \neg(\neg A \vee \neg B) \tag{4}$$

2. Dimostrare che le precedenti equivalenze non valgono in LJ e NJ.

Esercizio 2 Dimostrare in tutti i dettagli la corrispondenza tra LJ e NJ, ovvero che $\Gamma \vdash A$ vale in LJ sse vale anche in NJ (NB. Il sistema è quello dei predicati del prim'ordine e comprende implicazione, congiunzione, disgiunzione, negazione e quantificatori).

Esercizio 3 Dimostrare in tutti i dettagli la correttezza di LK e NK. Ovvero, che se $\vdash A$ vale in LK o NK, allora $\models A$.

Esercizio 4 Dimostrare in tutti i dettagli la completezza di LK e NK. Ovvero, che se $\models A$, allora $\vdash A$.

Esercizio 5 Dimostrare in tutti i dettagli la cut-elimination per LJ. Ovvero, dimostrare che se $\Gamma \vdash A$ è derviabile in LJ, allora è derivabile per mezzo di una dimostrazione che non fa uso del cut.

Esercizio 6 Dimostare che la formula di Peirce $((A \to B) \to A) \to A$ è derivabile in LK e in NK, ma non è derivabile in LJ o in NJ.