

# LOGICA MATEMATICA

CANALE E-O A.A. 2006-07

**Docente: C. Malvenuto**

PRIMO COMPITO DI ESONERO – 10 NOVEMBRE 2006

## Istruzioni.

- Completare subito la parte inferiore di questa pagina con il proprio nome, cognome e firma.
- Scrivere solamente su questi fogli, anche dietro se occorre, a penna o a matita. Non sono ammessi libri, quaderni, altri fogli né calcolatrici.
- Tutte le risposte (tranne dove sono previste risposte multiple) vanno **motivate**.
- Nelle domande con risposte multiple, mettere una croce sulla lettera corrispondente alla risposta esatta.
- **NON PARLARE** pena il ritiro immediato del compito.

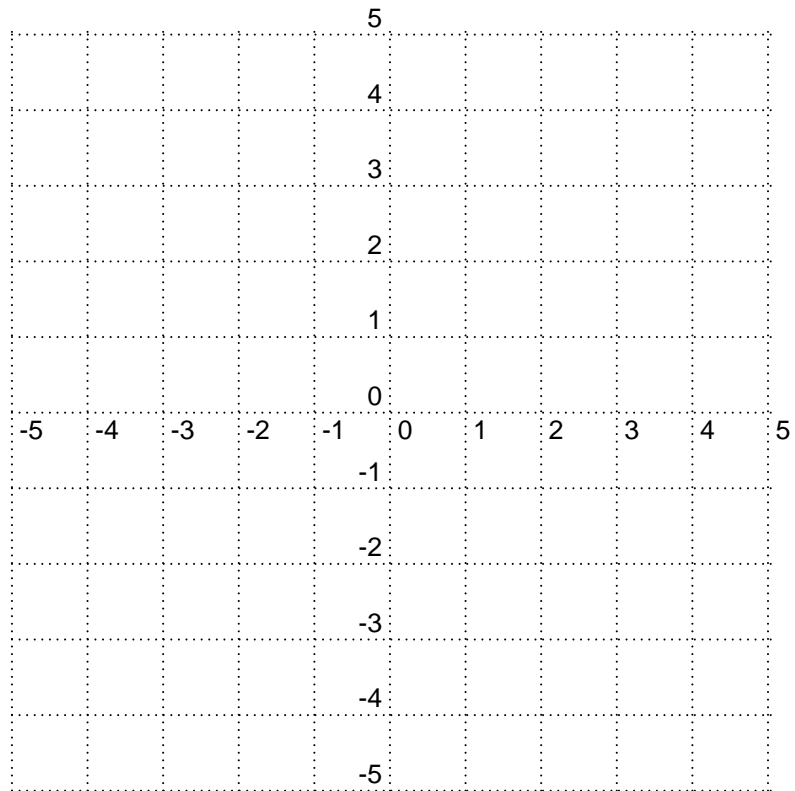
ESERCIZIO	PUNTEGGIO
1	/10
2	/20
3	/15
4	/15
5	/15
6	/5
7	/10
8	/10
TOTALE	/100

Nome e Cognome ↓	Firma ↓

**Esercizio 1.** (10 punti) Disegnare, utilizzando il piano cartesiano in figura, il grafico della relazione  $\rho$  sull'insieme  $\mathbb{R}$  dei numeri reali definita da

$$x\rho y \Leftrightarrow x - y \geq 1.$$

Dire inoltre se la relazione è riflessiva e se è simmetrica.



**Esercizio 2.** (20 punti) Sull'insieme  $\mathbb{N}$  sia data la relazione  $\sim$  definita da  $m \sim n$  se e solo se  $m$  e  $n$  hanno lo stesso numero di cifre (se scritti nell'usuale notazione decimale).

1. Dimostrare che la relazione  $\sim$  è di equivalenza.
  2. Dimostrare che la relazione non è totale.
  3. Descrivere la classe di equivalenza di 320.
  4. Descrivere l'insieme quoziente  $\mathbb{N}/\sim$  associato alla relazione (cioè descrivere le classi di equivalenza e la partizione associata) e trovare un insieme di rappresentanti per  $\mathbb{N}/\sim$ .
-

**Esercizio 3.** (15 punti) Dimostrare che per ogni coppia di insiemi  $A$  e  $B$  si ha:

$$(A \setminus B) \cap (A \cap B) = \emptyset.$$

---

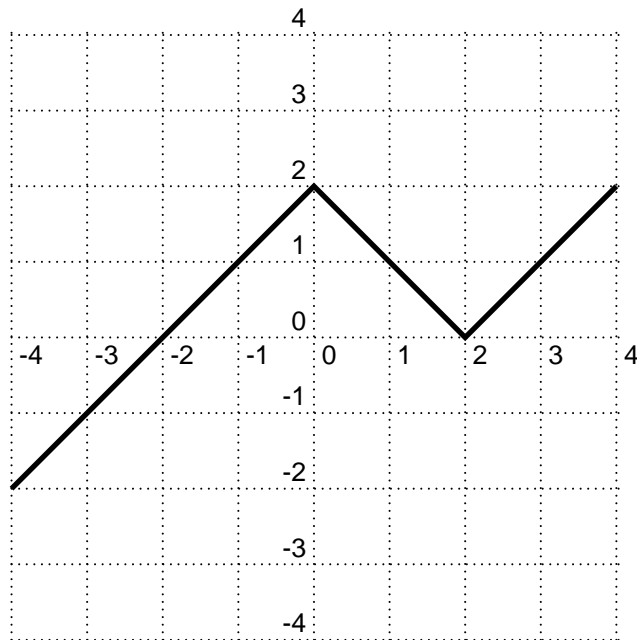
**Esercizio 4.** (15 punti) Considerare sull'insieme  $X = \{2, 6, 8, 12, 16, 24\}$  l'ordine parziale della divisibilità tra naturali:

$$a|b \Leftrightarrow \text{esiste } q \in \mathbb{N} \text{ tale che } b = aq.$$

1. Si disegni il diagramma di Hasse dell'insieme parzialmente ordinato  $(X, |)$ .
  2. Si determinino gli insiemi degli elementi minimali e massimali e, se esistono, il massimo e il minimo di  $(X, |)$ .
  3. Si scrivano tutte le catene massimali di  $(X, |)$ .
-

**Esercizio 5.** (15 punti) Sia data la funzione  $f : [-4, 4] \rightarrow [-4, 4]$  il cui grafico è mostrato nella figura.

1. Qual è l'immagine  $f([-4, 4])$  di  $f$ ?
2. La funzione  $f$  è iniettiva? È suriettiva? È biiettiva?



**Esercizio 6.** (5 punti) Dare la definizione di elemento minimale e di minimo in un insieme parzialmente ordinato.

---

**Esercizio 7.** (10 punti) Siano  $a = \bar{2}$ ,  $b = \bar{4}$  (con  $a, b \in \mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$ ). Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- A.  $a \cdot b = \bar{1}$ ;
- B.  $a \cdot b = \bar{6}$ ;
- C.  $a \cdot b = \bar{15}$ ;
- D.  $a \cdot b$  non è definito;
- E.  $a \cdot b = b \cdot a$ .

---

**Esercizio 8.** (10 punti) Dati gli insiemi  $A = \{x : x \in \mathbb{N}, x > 3 \text{ e } x \leq 7\}$  e  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- A.  $|A| > |B|$       B.  $A \supseteq B$       C.  $|B| > |A|$       D.  $A \subseteq B$
- E.  $A \times B = \{4, 5\}$       F.  $|A \times B| = 20$       G.  $5 \in A$       H.  $\{2\} \in B$
- I. Nessuna delle affermazioni che precedono è vera.