

LOGICA MATEMATICA

CANALE E-O A.A. 2006-07

Docente: C. Malvenuto

PRIMO COMPITO DI ESONERO – 10 NOVEMBRE 2006

Istruzioni.

- Completare subito la parte inferiore di questa pagina con il proprio nome, cognome e firma.
- Scrivere solamente su questi fogli, anche dietro se occorre, a penna o a matita. Non sono ammessi libri, quaderni, altri fogli né calcolatrici.
- Tutte le risposte (tranne dove sono previste risposte multiple) vanno **motivate**.
- Nelle domande con risposte multiple, mettere una croce sulla lettera corrispondente alla risposta esatta.
- **NON PARLARE** pena il ritiro immediato del compito.

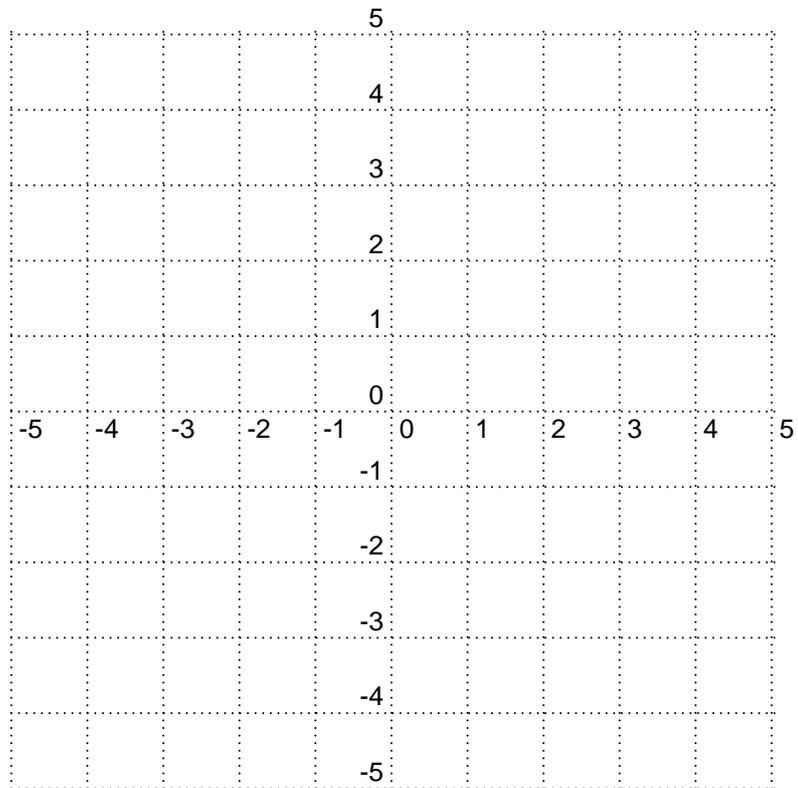
ESERCIZIO	PUNTEGGIO
1	/10
2	/20
3	/15
4	/15
5	/15
6	/5
7	/10
8	/10
TOTALE	/100

Nome e Cognome ↓	Firma ↓

Esercizio 1. (10 punti) Disegnare, utilizzando il piano cartesiano in figura, il grafico della relazione ρ sull'insieme \mathbb{R} dei numeri reali definita da

$$x\rho y \Leftrightarrow x - y \geq 1.$$

Dire inoltre se la relazione è riflessiva e se è simmetrica.



Esercizio 2. (20 punti) Sull'insieme \mathbb{N} sia data la relazione \sim definita da $m \sim n$ se e solo se m e n hanno lo stesso numero di cifre (se scritti nell'usuale notazione decimale).

1. Dimostrare che la relazione \sim è di equivalenza.
 2. Dimostrare che la relazione non è totale.
 3. Descrivere la classe di equivalenza di 320.
 4. Descrivere l'insieme quoziente \mathbb{N}/\sim associato alla relazione (cioè descrivere le classi di equivalenza e la partizione associata) e trovare un insieme di rappresentanti per \mathbb{N}/\sim .
-

Esercizio 3. (15 punti) Dimostrare che per ogni coppia di insiemi A e B si ha:

$$(A \setminus B) \cap (A \cap B) = \emptyset.$$

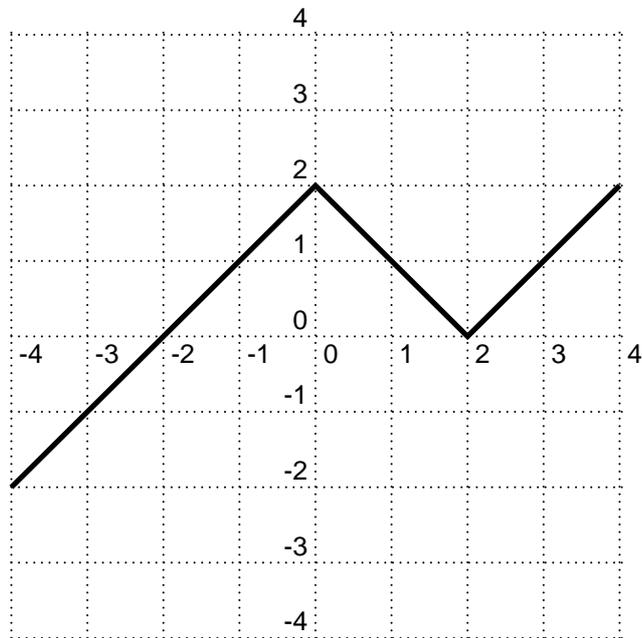
Esercizio 4. (15 punti) Considerare sull'insieme $X = \{2, 6, 8, 12, 16, 24\}$ l'ordine parziale della divisibilità tra naturali:

$$a|b \Leftrightarrow \text{esiste } q \in \mathbb{N} \text{ tale che } b = aq.$$

1. Si disegni il diagramma di Hasse dell'insieme parzialmente ordinato $(X, |)$.
 2. Si determinino gli insiemi degli elementi minimali e massimali e, se esistono, il massimo e il minimo di $(X, |)$.
 3. Si scrivano tutte le catene massimali di $(X, |)$.
-

Esercizio 5. (15 punti) Sia data la funzione $f : [-4, 4] \rightarrow [-4, 4]$ il cui grafico è mostrato nella figura.

1. Qual è l'immagine $f([-4, 4])$ di f ?
2. La funzione f è iniettiva? È suriettiva? È biiettiva?



Esercizio 6. (5 punti) Dare la definizione di elemento minimale e di minimo in un insieme parzialmente ordinato.

Esercizio 7. (10 punti) Siano $a = \bar{2}$, $b = \bar{4}$ (con $a, b \in \mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$). Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- A. $a \cdot b = \bar{1}$;
- B. $a \cdot b = \bar{6}$;
- C. $a \cdot b = \bar{15}$;
- D. $a \cdot b$ non è definito;
- E. $a \cdot b = b \cdot a$.

Esercizio 8. (10 punti) Dati gli insiemi $A = \{x : x \in \mathbb{N}, x > 3 \text{ e } x \leq 7\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- A. $|A| > |B|$ B. $A \supseteq B$ C. $|B| > |A|$ D. $A \subseteq B$
- E. $A \times B = \{4, 5\}$ F. $|A \times B| = 20$ G. $5 \in A$ H. $\{2\} \in B$
- I. Nessuna delle affermazioni che precedono è vera.