LOGICA MATEMATICA

Claudia Malvenuto e Roberto Maieli*
Canale E-O - a.a 2003/04
Scheda di esercizi n. 13

17 novembre 2003

Tableaux Semantici & Calcolo dei Sequenti di Gentzen

Esercizio 1 *Verificare le seguenti tautologie (enunciati validi), usando il metodo dei tableaux o il calcolo dei sequenti di Gentzen:*

$((A \to B) \to B) \vee \neg A)$,
$((A \to B) \to B) \to \neg A)$,
$(A \to B \wedge \neg B) \to \neg A)$,
$(A \leftrightarrow A \wedge \neg A) \leftrightarrow \neg A$,
$((A \to B) \to \neg(B \to A)) \leftrightarrow \neg(A \leftrightarrow B)$,
$(A \leftrightarrow B) \vee (A \leftrightarrow \neg B)$,
$\neg A \to (A \vee B \to B)$,
$A \leftrightarrow ((A \vee B) \wedge (A \vee \neg B))$,
$(A \vee B \to C) \leftrightarrow ((A \to C) \vee (B \to C))$,
$(A \vee (B \vee C)) \to (A \to (B \to C))$,
$((A \to B) \to C) \to ((C \to A) \to (D \to A))$,
$(A \to C) \wedge (B \to D) \to (\neg C \vee \neg D \to \neg A \vee \neg B)$,
$(A \to (A \to B)) \to (A \to B)$,
$((A \to B) \to (B \to A)) \to (B \to A)$,
$((A \to B) \to A) \to ((A \to B) \to B)$,
$(((A \to B) \to B) \to B) \to (A \to B)$,
$((A \to B) \to (A \to C)) \to (A \to (B \to C))$,

*Dipartimento di Informatica, Università di Roma "La Sapienza", Via Salaria, 113. E-mail: `claudia, maieli@dsi.uniroma1.it`.

$(A \to B) \to ((A \to (B \to C)) \to (A \to C),$
$(A \to C) \to (A \to (B \to C)),$
$(A \to B) \wedge (B \to C) \wedge (C \to A) \to (A \leftrightarrow C),$
$((A \to B) \to C) \to (((B \to A) \to C) \to C).$

Esercizio 2 *Verificare le seguenti conseguenze logiche, usando il metodo dei Tableaux o il sistema dei sequenti di Gentzen:*

$A \to B, B \to C, \neg C \models \neg A,$
$A \vee \neg C, A \to B, C \models B,$
$A \to \neg B, \neg B \to \neg C \models A \to \neg C,$
$A \to (B \to \neg A), A \leftrightarrow B \models \neg B \vee \neg A,$
$B \vee C, A \to B, B \to A \models A \vee C,$
$A \to B, B \to C, C \to D, \neg D, A \vee E \models E,$
$(A \vee B) \wedge (C \vee D), (A \to C) \wedge (B \to D), \neg C \models D,$
$\neg A \wedge \neg B, A \vee B \models C,$
$A \to B \vee C, \neg B \to C \wedge \neg D \models C \to C.$

Esercizio 3 *Stabilire, usando i tableaux o il sistema di Gentzen, se la formula di sinistra è o no conseguenza logica della/e formule di destra:*

A	$(A \to B) \to A$
$(A \to B) \to A$	A
$(A \to B) \to B$	A
$A \vee B$	$A \to B, B \vee C$
$A \to (\neg C \leftrightarrow B)$	$A \vee B, A \to \neg C$
$A \to (B \to D)$	$A \wedge B \to C, \neg D \to \neg(E \to F), C \to (E \to F)$
$\neg E \vee A \to (E \to D)$	$A \to B, C \to \neg B, (D \to \neg A) \to C$
$B \to E$	$A \vee (B \to C), D \to (C \to E), A \to \neg D, D$
$A \vee B$	$\neg A \wedge \neg B \to C, D \wedge \neg C$
$D \wedge C$	$\neg A \wedge \neg B, (C \to A) \leftrightarrow \neg B, D$
$\neg A$	$B \vee C \to A, \neg B, A \wedge \neg C$
$A \vee B$	$A \vee \neg(B \wedge C), \neg B, \neg(A \vee C)$
A	$A \vee \neg(B \vee C), \neg B, \neg(A \vee \neg C).$