Nome e Cognome

N.B. Ciascun esercizio può ammettere più risposte corrette. Mettete una croce su tutte quelle che ritenete tali.

Esercizio 1. Sia A l'insieme $\{\{b,e\},a,\{c,d,f\}\}$, e sia $\mathcal{P}(A)$ l'insieme dei suoi sottinsiemi.

☐ $\{a\} \subseteq A$
☐ $\{a\} \in A$
☐ $\{b,e\} \subseteq A$
☐ $\{b,e\} \in A$
☐ $\{c\} \subseteq A$
☐ $\{c\} \in A$
☐ $\{a\} \in \mathcal{P}(A)$
☐ $\{b,e\} \in \mathcal{P}(A)$

Esercizio 2. Siano A e B due insiemi tali che $A \subseteq B$; quali tra le seguenti equazioni è corretta?

☐ $B = A \cup B$
☐ $A = A \cap B$
☐ $A - \emptyset = \emptyset - A$
☐ $A - B = \emptyset - B$
☐ $A - (A - B) = A$
☐ $A - (B - A) = A$
☐ $A \times B = B \times A$
☐ $(A \times B) \times C = A \times (B \times C)$
☐ $A \times \emptyset = A$
☐ $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) = \mathcal{P}(A \cup B)$
☐ $(\mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}(B)) \cap (\mathcal{P}(B) \times \mathcal{P}(A)) = \mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}(A)$

Esercizio 3. Per quali delle seguenti equazioni è possibile trovare opportuni insiemi A e B che la rendono vera?

☐ $A = (A \cup B) \cap A$
☐ $A = (A \cap B) \cup B$
☐ $A = A \cap \emptyset$
☐ $A - (B \times \emptyset) = (B \times \emptyset) - A$
☐ $A \times B = B \times A$
☐ $(A \cup \{\emptyset\}) \times \{\emptyset\} = \emptyset$
☐ $A = \mathcal{P}(A)$

Esercizio 4. Sia $A = \{a,b,c,d\}$, sia $R = \{(a,b),(b,c),(c,d),(d,a)\} \subseteq A \times A$ una relazione binaria su A e sia $Tr(R)$ la sua chiusura transitiva.

☐ R è una relazione transitiva
☐ R è una relazione antisimmetrica
☐ R è una funzione iniettiva
☐ $Tr(R)$ è una relazione di equivalenza
☐ $Tr(R) \cup (A \times A)$ è una relazione di equivalenza
☐ $Tr(R)$ è una funzione

Esercizio 5. Sia $f : A \to B$ una funzione iniettiva e sia $g : B \to A$ una funzione bigettiva. Allora

☐ f è sicuramente bigettiva
☐ f è bigettiva solo se $f = g^{-1}$
☐ $g \circ f$ è sicuramente suriettiva
☐ $g \circ f$ è sicuramente iniettiva

Esercizio 6. Trovare una relazione di equivalenza sui numeri naturali tale che l'insieme delle sue classi di equivalenza abbia un numero pari di elementi.

Rispondere qui

Esercizio 7. Trovare, se esiste, una relazione di equivalenza sui numeri pari tale che l'insieme delle sue classi di equivalenza sia in corrispondenza biunivoca con l'insieme di tutti i numeri naturali. Nel caso una tale relazione non esista, spiegare perché.

Rispondere qui

Esercizio 8. Trovare, se esiste, una relazione di equivalenza sui numeri naturali tale che l'insieme delle sue classi di equivalenza sia vuoto. Nel caso una tale relazione non esista, spiegare perché.

Rispondere qui

Esercizio 9. Sia $\mathcal{N}$ l'insieme dei numeri naturali e sia $\mathcal{M}$ l'insieme che contiene tutti quei sottoinsiemi X di $\mathcal{N}$ tali che $X = \{n \in \mathcal{N} : n \leq m\}$ per un qualche numero naturale m. Ad esempio: $\{0, 1\} \in \mathcal{M}$, $\{2, 3, 0, 1\} \in \mathcal{M}$, ma $\{2\} \notin \mathcal{M}$. Dire se la cardinalità di $\mathcal{M}$ è maggiore, minore o uguale a quella di $\mathcal{N}$ e motivare la risposta.

Rispondere qui

Esercizio 10. Sia $\mathcal{N}$ l'insieme dei numeri naturali. Dimostrare che $\mathcal{N}$ ha la stessa cardinalità di $\mathcal{N} \times \mathcal{N} \times \mathcal{N}$.

Rispondere qui

Esercizio 11. Chi ha più elementi: $\mathcal{P}(\emptyset)$ oppure $\{\emptyset\} \times \{\emptyset\}$? Argomentare!

Rispondere qui