Nome e Cognome

N.B. Ciascun esercizio può ammettere più risposte corrette. Mettete una croce su tutte quelle che ritenete tali.

Esercizio 1. Sia A l'insieme $\{\{a\}, \{\{a\}\}\}$, e sia $\mathcal{P}(A)$ l'insieme dei suoi sottinsiemi.

☐ $\{a\} \subseteq A$
☐ $\{a\} \in A$
☐ $\{\{\{a\}\}\} \subseteq A$
☐ $\{a\} \in \mathcal{P}(A)$
☐ $\{\{a\}\} \in \mathcal{P}(A)$
☐ $\{\{\{a\}\}\} \in \mathcal{P}(A)$
☐ $\{\{\{a\}\}\} \subseteq \mathcal{P}(A)$

Esercizio 2. Siano A e B due insiemi tali che $A \cap B = \emptyset$; quali tra le seguenti equazioni è corretta?

☐ $A = A - B$
☐ $A \cup B = A \cup (B - A)$
☐ $A = (B \cup A) - B$
☐ $\mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B) = \emptyset$

Esercizio 3. Per quali delle seguenti equazioni è possibile trovare opportuni insiemi A e B che la rendono vera?

☐ $A = ((A \cup B) \cap (A - B)) \times ((A \cap B) \cup (B - A))$
☐ $A = A \cup \mathcal{P}(A)$
☐ $A = A \cup \mathcal{P}(B)$

Esercizio 4. Sia $A = \{a\}$. Quali delle seguenti affermazioni è vera?

☐ Ogni relazione binaria su A è transitiva
☐ Ogni relazione binaria su A è simmetrica
☐ Ogni relazione binaria su A è antisimmetrica
☐ Ogni relazione binaria su A è riflessiva
☐ Ogni relazione binaria su A è una funzione iniettiva

Esercizio 5. Sia $\mathcal{N}$ l'insieme dei numeri naturali, e $\mathcal{P}(\mathcal{N})$ l'insieme delle sue parti. Trovare, se esiste, una relazione di equivalenza su $\mathcal{P}(\mathcal{N})$ tale che l'insieme delle sue classi di equivalenza sia in corrispondenza biunivoca con $\mathcal{N}$. Nel caso una tale relazione non esista, spiegare perché.

Rispondere qui

Esercizio 6. Dimostrare per induzione che qualunque numero naturale n maggiore di 1 si scompone in al più $log_2 n$ fattori primi.

Rispondere qui

Esercizio 7. Disegnare, se esiste, un'algebra di Boole di sei elementi; altrimenti, se una tale algebra non esiste, spiegare perché.

Rispondere qui

Esercizio 8. Quali delle seguenti affermazioni è vera? Date due formule arbitrarie ϕ e ψ della logica proposizionale,

- ☐ se $\phi \to \psi$ è soddisfacibile allora ψ è soddisfacibile;
- ☐ se $\phi \to \psi$ non è soddisfacibile allora ψ non è soddisfacibile.

Esercizio 9. Usando la deduzione naturale, derivare la formula:

$$(A \to (B \to C)) \to ((A \to B) \to (A \to C))$$

Rispondere qui