Nome e Cognome

N.B. Ciascun esercizio può ammettere più risposte corrette. Mettete una croce su tutte quelle che ritenete tali.

Esercizio 1. Sia A l'insieme $\{1, \{2\}, \{3, 4\}\}$, e sia $\mathcal{P}(A)$ l'insieme dei suoi sottinsiemi.
- ☐ $\{1\} \subseteq A$
- ☐ $\{1\} \in A$
- ☐ $\{2\} \subseteq A$
- ☐ $\{2\} \in A$
- ☐ $\{3\} \subseteq A$
- ☐ $\{3\} \in A$
- ☐ $\{2, 3, 4\} \subseteq A$
- ☐ $\{2, 3, 4\} \in A$
- ☐ $\{1\} \in \mathcal{P}(A)$
- ☐ $\{2\} \in \mathcal{P}(A)$

Esercizio 2. Quali tra le seguenti equazioni risulta essere sempre vera, qualunque siano gli insiemi A e B?
- ☐ $A = A \cup A$
- ☐ $A = A \cap A$
- ☐ $A = A \cup \emptyset$
- ☐ $A = A \cap \emptyset$
- ☐ $A - \emptyset = \emptyset - A$
- ☐ $A - (A - B) \subseteq A$
- ☐ $A - (A - B) \subseteq B$
- ☐ $A \times B = B \times A$
- ☐ $(A \times B) \times C = A \times (B \times C)$
- ☐ $A \times \emptyset = \emptyset$
- ☐ $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) = \mathcal{P}(A \cup B)$

Esercizio 3. Per quali delle seguenti equazioni è possibile trovare opportuni insiemi A e B che la rendono vera?
- ☐ $A = A \cup B$
- ☐ $A = A \cap B$
- ☐ $A = A \cap \emptyset$
- ☐ $A - B = B - A$
- ☐ $A \times B = B \times A$
- ☐ $A \times \emptyset = \emptyset$
- ☐ $A = \mathcal{P}(A)$

Esercizio 4. Sia $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e sia $R = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 1)\} \subseteq A \times A$ una relazione binaria su A.
- ☐ R è una relazione transitiva
- ☐ R è una relazione simmetrica
- ☐ R è una relazione antisimmetrica
- ☐ R è una funzione iniettiva
- ☐ La chiusura transitiva di R è una relazione di equivalenza
- ☐ La chiusura transitiva di R è una funzione

Esercizio 5. Siano $f : A \to B$ e $g : B \to C$ due funzioni. Allora
- ☐ $g \circ f$ è sicuramente iniettiva se lo sono sia f che g
- ☐ $g \circ f$ può essere iniettiva anche se f non lo è
- ☐ $g \circ f$ può essere iniettiva anche se g non lo è
- ☐ $g \circ f$ è sicuramente suriettiva se lo sono sia f che g
- ☐ $g \circ f$ può essere suriettiva anche se f non lo è
- ☐ $g \circ f$ può essere suriettiva anche se g non lo è
- ☐ se $g \circ f$ è bigettiva allora lo sono sicuramente sia f che g

Esercizio 6. Trovare una relazione di equivalenza sui numeri naturali tale che l'insieme delle sue classi di equivalenza contenga un solo elemento

Rispondere qui

Esercizio 7. Trovare una relazione di equivalenza sui numeri naturali tale che l'insieme delle sue classi di equivalenza contenga sette elementi

Rispondere qui

Esercizio 8. Trovare una relazione di equivalenza sui numeri naturali tale che l'insieme delle sue classi di equivalenza contenga infiniti elementi

Rispondere qui

Esercizio 9. Dimostrare che l'insieme dei numeri naturali divisibili per 7 ha la stessa cardinalità di quello dei numeri divisibili per 9.

Rispondere qui

Esercizio 10. Sia $\mathcal{N}$ l'insieme dei numeri naturali. Dimostrare che $\mathcal{N} \times \mathcal{N}$ ha la stessa cardinalità di $\mathcal{N} \times \mathcal{N} \times \mathcal{N}$.

Rispondere qui

Esercizio 11. Sia $\mathcal{B}$ l'insieme $\{0, 1\}$. Dimostrare che $\mathcal{B} \times \mathcal{B}$ non ha la stessa cardinalità di $\mathcal{B} \times \mathcal{B} \times \mathcal{B}$.

Rispondere qui