

# COMBINATORIA

Claudia Malvenuto – Daniele A. Gewurz  
Scheda di esercizi n. 4

1. Dimostrare che

$$\sum_{(k_1, \dots, k_r)} \binom{n}{k_1, \dots, k_r} = r^n.$$

2. Dimostrare che

$$\sum_{(k_1, \dots, k_r)} \binom{n}{k_1, \dots, k_r} \cdot (-1)^{k_2+k_4+k_6+\dots} = \frac{1 - (-1)^r}{2}.$$

3. Quanti diversi anagrammi ammettono le parole che seguono? (Si ricordi che un anagramma di una parola è una parola composta dalle stesse lettere: ad esempio, **ATTORE** è un anagramma di **TEATRO**. Qui non si richiede che le parole anagrammate abbiano senso compiuto.)

- (a) **COMPUTER**;
- (b) **MAMMA**;
- (c) **ABRACADABRA**.

4. Giochi

- (a) Nel “SuperEnalotto” bisogna pronosticare sei numeri distinti compresi tra 1 e 90. Quante sono le possibili “sestine”?
- (b) Nel gioco del bridge, all’inizio di una partita si distribuiscono le 52 carte tra 4 giocatori, 13 carte per uno. Fissati 4 giocatori, in quanti modi diversi è possibile distribuire loro le carte?
- (c) Si calcoli quante sono le posizioni possibili dopo quattro mosse (due per giocatore) in una partita di filetto (o “zeri e croci”). (Ognuno dei due giocatori, al suo turno, mette il proprio segno su una delle nove caselle.)

5. Qual è il coefficiente di  $a^3bcd^2$  in  $(a + b + c + d)^7$ ? E in  $(2a - b + c - 3d)^7$ ?