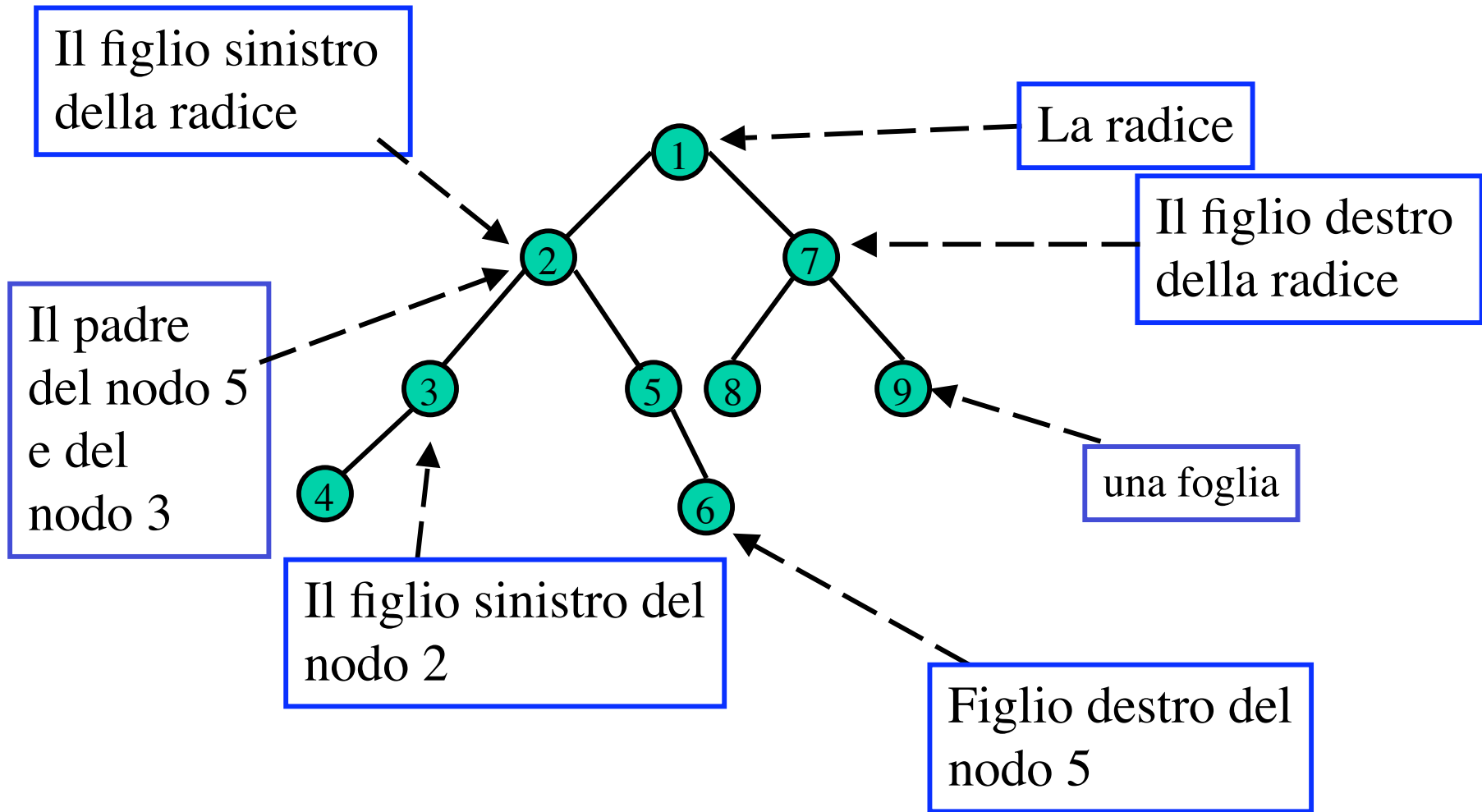


Alberi binari (radicati e ordinati)

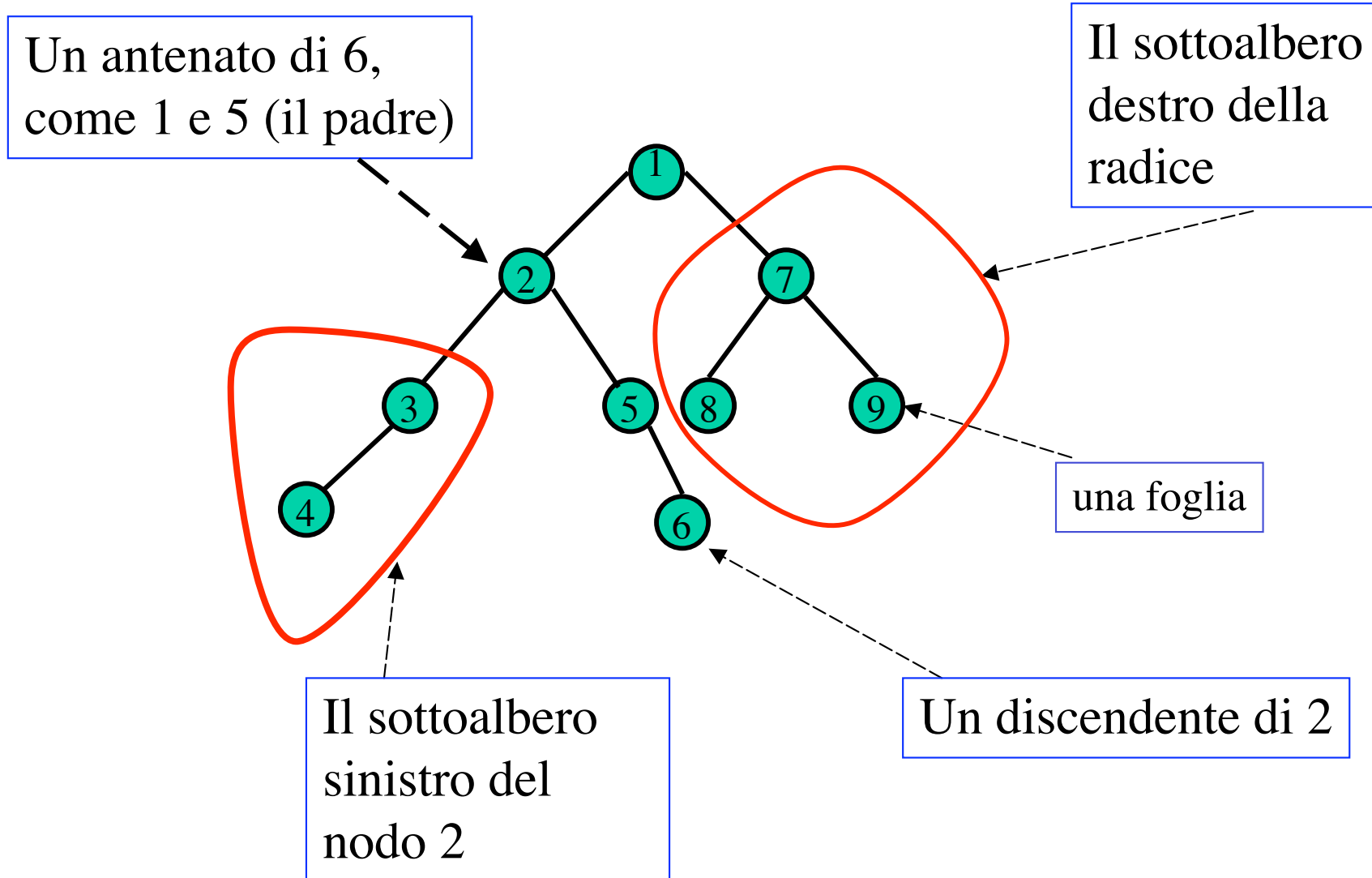


Definizione di albero binario (radicato e ordinato)

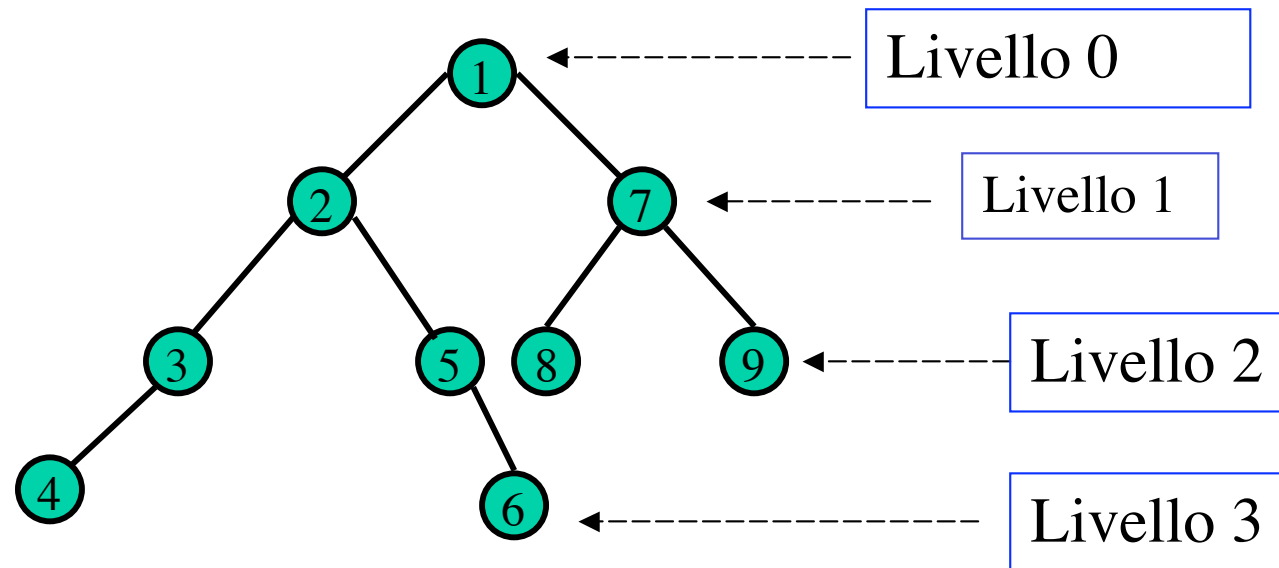
Un albero binario è un insieme finito di **nodi**. L'insieme può essere vuoto (**l'albero vuoto**). Ma se l'insieme non è vuoto, allora soddisfa le seguenti regole:

1. C'è un nodo speciale chiamato **radice**
2. A ogni nodo possono essere associati fino a due nodi diversi, chiamati **figlio sinistro** e **figlio destro**. Se un nodo c è il figlio di un nodo p , allora diciamo che p è **padre** di c .
3. Ogni nodo, eccetto la radice ha esattamente un padre. La radice **non** ha padre.
4. Passando da un nodo a suo padre, purchè presente, si raggiunge la radice.

Alberi binari (radicati e ordinati)



Alberi binari



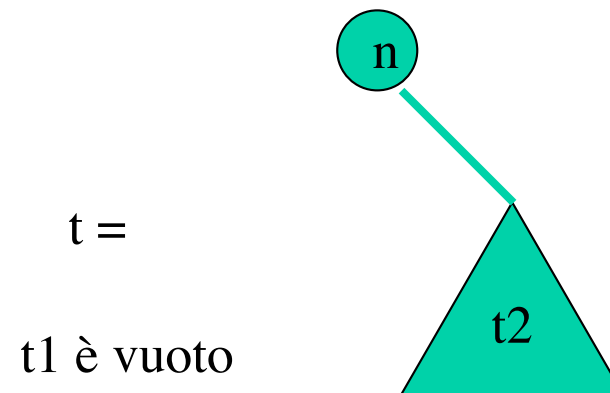
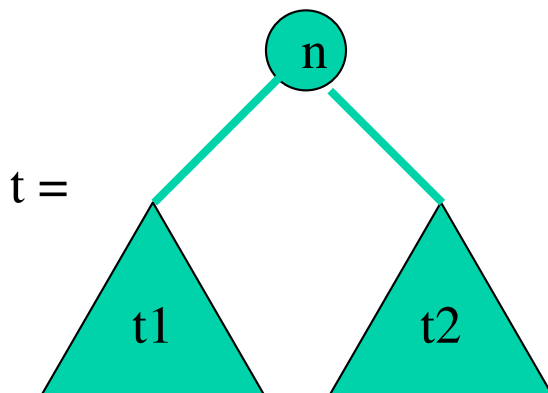
Altezza dell'albero = max livello delle foglie

In alcuni testi livello di un nodo = profondità di un nodo
Altezza dell'albero = profondità dell'albero

Definizione ricorsiva di albero binario:

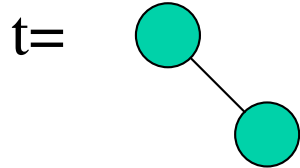
BASE: L'albero vuoto \emptyset è un albero binario

INDUZIONE: Se **t1** e **t2** sono alberi binari, e **n** è un nodo, allora **t** è un albero binario se ottenuto collegando il nodo **n** ordinatamente alla **radice di t1**, se t1 non è vuoto altrimenti **t** non ha sottoalbero sinistro, e collegando n alla **radice di t2** se t2 non è vuoto, altrimenti **t** ha il sottoalbero destro vuoto.

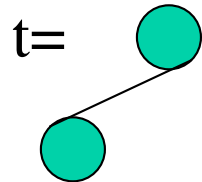




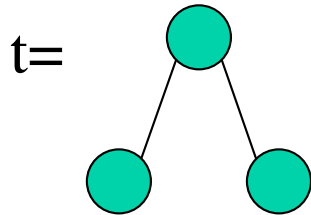
L'albero con un solo nodo, che è anche la sua radice



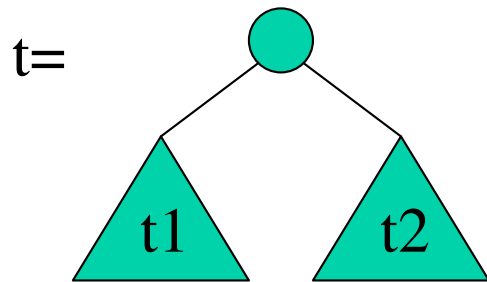
L'albero t costruito prendendo come sottoalberi l'albero vuoto e un albero con un solo nodo



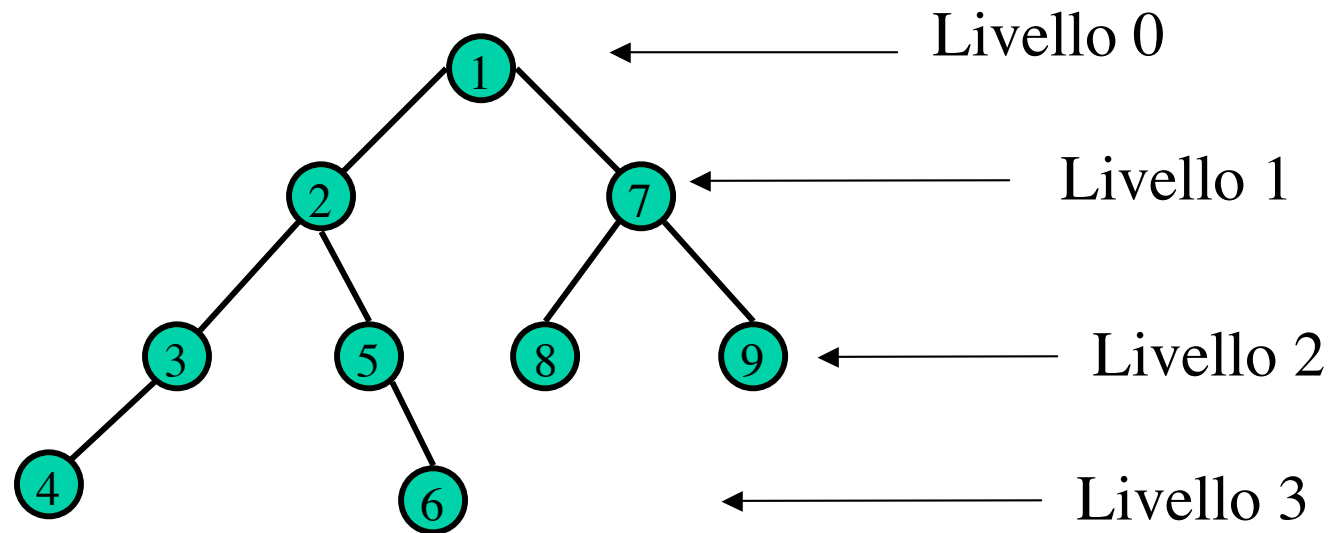
L'albero t simmetrico al precedente



L'albero t costruito prendendo come sottoalberi due alberi con un solo nodo.



L'albero t costruito prendendo come sottoalberi due generici alberi t1, t2, t1 è il **sottoalbero** sinistro di t e t2 quello destro



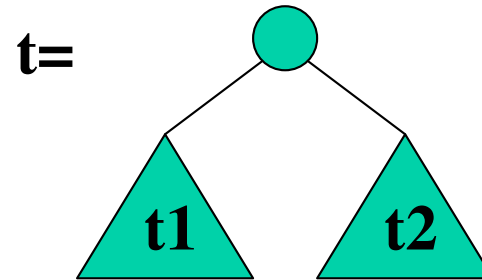
Definizione **ricorsiva di livello di un nodo:**

La radice è a livello 0

Se un nodo è a livello n , i suoi figli sono al livello $n+1$.

$liv(n) = 0$ se n è la radice

$liv(n) = liv(p) + 1$ se p è il padre di n



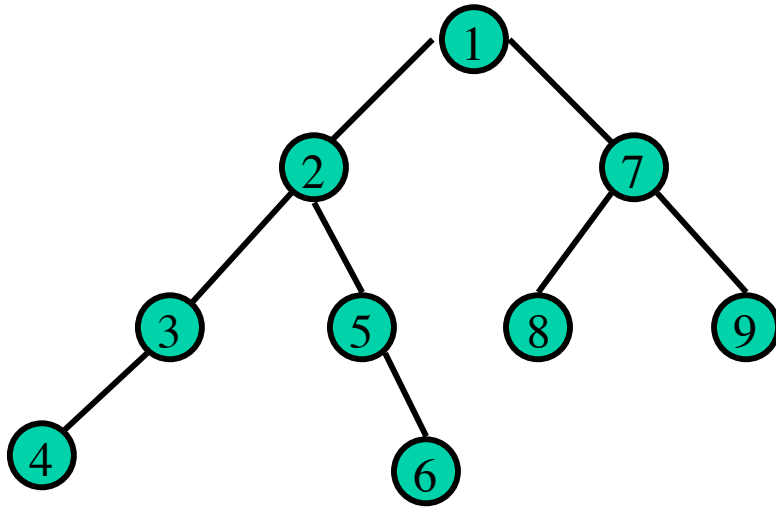
$$\text{Alt}(\emptyset) = -1$$

$$\text{Alt}(t) = \max(\text{Alt}(t1), \text{Alt}(t2)) + 1$$

$$\text{NumNodi}(\emptyset) = 0$$

$$\text{NumNodi}(t) = \text{NumNodi}(t1) + \text{NumNodi}(t2) + 1$$

Esercizio: costruire due funzioni C, alt e numNodi, che ricevendo in input la radice di un albero, restituiscano rispettivamente l'altezza e il numero dei nodi dell'albero.



Un **cammino** da un nodo n a un nodo m è una **sequenza di nodi** connessi che inizia con n e finisce con m .

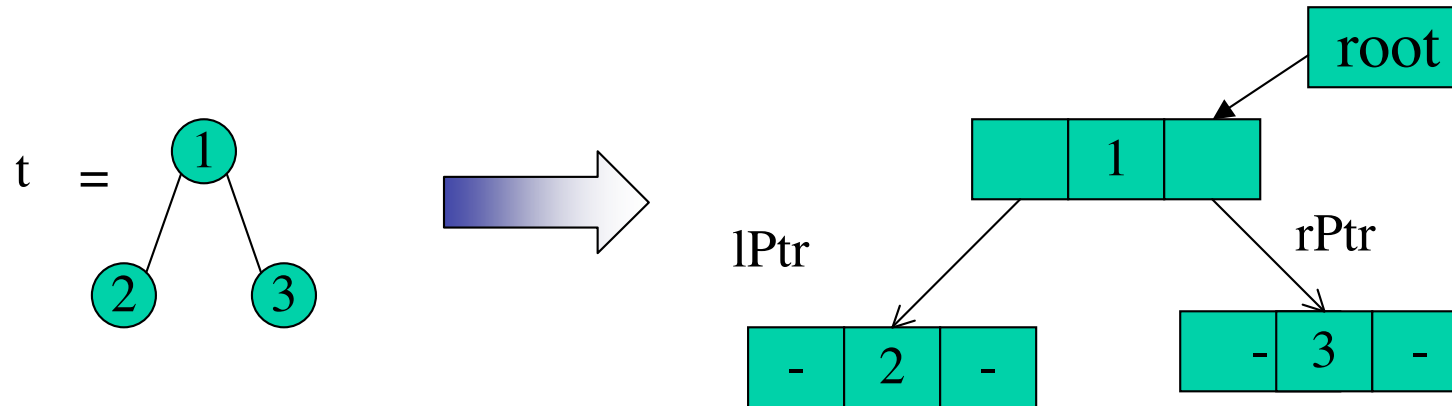
Esempio: cammino da 4 a 6: 43256

La **lunghezza** di un cammino è il **numero di nodi - 1** (cioè il numero degli archi o rami che collegano i nodi del cammino)

Esempio: il cammino da 4 a 6 ha lunghezza 4.

L'altezza può essere anche definita come la massima lunghezza di un cammino radice-foglia, che contiene solo archi da padre a figlio.

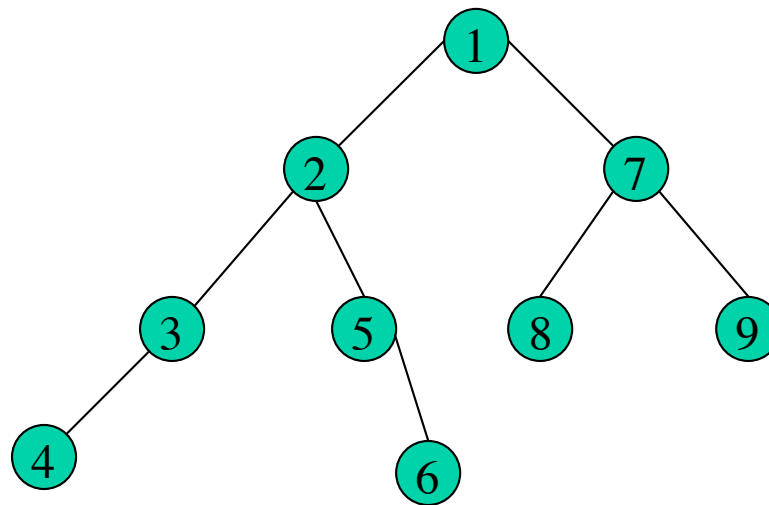
Rappresentazione in memoria di un albero



```
struct tNode {  
    struct tNode *lPtr;  
    int info;  
    struct tNode *rPtr;  
};  
typedef struct tNode TreeNode;  
typedef TreeNode * TreePtr;
```

Visita inorder: visita il sottoalbero sinistro
visita la radice
visita il sottoalbero destro

Esempio:

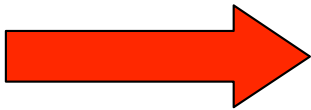


Sequenza nodi visitati : 432561879

```
struct tNode {  
struct tNode *lPtr;  
int info;  
struct tNode *rPtr; };
```

```
typedef struct tNode TreeNode;  
typedef TreeNode * TreePtr;
```

```
void inOrder(TreePtr tPtr)  
{  
  if (tPtr)  
  {  
    inOrder(tPtr->lPtr);  
    visit(tPtr);  
    inOrder(tPtr->rPtr);  
  }  
}
```



Visita postOrder : visita il sottoalbero sinistro
visita il sottoalbero destro
visita la radice

Visita preOrder : visita la radice
visita il sottoalbero sinistro
visita il sottoalbero destro

Esercizio: Si definisca le funzioni C ricorsive che implementano le visite in postOrder e in preOrder e si definisca una funzione ricorsiva il cui prototipo è

void creaAlbBin(TREEPTR *);

che costruisce un albero binario radicato nel parametro in input chiedendo all'utente di fornire i valori da inserire nei nodi e se tali valori devono essere nel figlio sinistro o destro.

```

void invInOrder(TREEPTR treePtr, int lev)
/* stampa un albero mettendone in evidenza la struttura,*/
/* sfruttando il livello di ogni nodo*/
{int i;
  if (treePtr != NULL) {
    lev ++;
    invInOrder(treePtr->rightPtr,lev);
    for (i=0;i<(5*lev);i++) printf(" %s", " ");
    visit(treePtr);
    printf("\\n");
    invInOrder(treePtr->leftPtr,lev);
  }
}

```

Per esempio

```

      20
     10
      40
     15
      35

```